

前言

数学是以数与形为主要研究对象的一门科学,对科学技术的进步发挥着基础理论和基础应用的作用。它作为一种普遍适用的技术,又是现代文化的重要组成部分,对形成人类的理性思维,促进人的智力发展具有不可替代的作用。

数学课程是中等职业学校学生必修的一门公共基础课,具有很强的工具功能。中等职业学校数学课程的学习要建立在九年义务教育基础上,是学生学习其他文化基础课程、专业课程以及职业生涯发展的基础。它对学生认识数学与自然界、与人类社会的关系,认识数学的科学价值、文化价值、应用价值,提高发现问题、分析和解决问题的能力,形成理性思维具有重要作用,对于学生智力的发展和个性的形成起着有效的促进作用。

本套教材分为《数学(职业模块 工科类)》和《数学(职业模块 财经、商贸及服务类)》。严格按照“教学大纲”规定的“教学内容与要求”进行编写,遵循“教学大纲”对认知要求和技能与能力要求的规定。

本套教材的编写特色主要体现在以下三个方面:

(1)关注时代发展,注重现代技术与传统数学的结合。随着时代的进步和发展,现代信息技术带来了数学教学手段和方法的革新。本教材根据2019年10月份教育部发布的《中等职业学校公共基础课程方案》和2020年1月发布的《中等职业学校数学课程标准》编写而成,注重培养学生利用现代技术解决数学问题的能力、提高学生利用计算机软件进行数据处理的本领,同时也为教师提供了更为简洁、高效的教学方式。

(2)落实基础知识,注重中职数学教学实际和中职学生学习能力的结合。本教材的编写在严格遵循“课程标准”的基础上,结合中职数学教学实际和中职学生学习能力,在保证科学性和严谨性的基础之上,落实基础知识,对所学知识进行深入浅出的讲解,保证与九年义务教育以及专业课程的良好衔接。

(3)联系实际生活,注重数学知识与生活实践的结合。本教材在编写过程中,巧妙的联系生活,引导学生利用数学知识解决实际问题,使教师和学生可以在学习中进行良好的互动。因此在教材中设计了“想一想”、“学习提示”、“动手实践”、“练一练”等板块,让学生的思维在学习过程中活跃起来,体会到学习的乐趣。每章最后还设置了“知识天地”,使学生在学数学知识之余,体验到更加丰富的数学世界。

由于时间仓促、编者水平有限等原因,书中难免存在不足之处,敬请使用本套教材的师生提出宝贵的意见和建议,以便今后做进一步修订。

编者

目 录

第1章 命题逻辑与条件判断	3
1.1 命题逻辑	3
1.1.1 命题的概念	3
1.1.2 逻辑连接词	4
1.1.3 命题符号化	8
习题 1.1	9
1.2 条件判断	10
1.2.1 如果,那么	10
1.2.2 充分条件、必要条件、充分必要条件	11
1.2.3 四种命题	12
习题 1.2	13
归纳与小结	14
复习题 1	15
知识天地	17
第2章 算法与程序框图	20
2.1 算法	20
2.1.1 算法的概念	20
2.1.2 算法的基本逻辑结构	22
习题 2.1	24
2.2 程序框图	24
2.2.1 程序框图基本图例	24
2.2.2 程序框图案例	30
习题 2.2	32
2.3 应用举例	32
习题 2.3	34
归纳与小结	35
复习题 2	38
知识天地	42
第3章 数据表格信息处理	46
3.1 数组与数据表格	46
3.1.1 数组的概念	46
3.1.2 数据表格的概念	47
习题 3.1	48
3.2 数组的运算	48
3.2.1 数组的加法、减法与数乘运算	48
3.2.2 数组的内积	51
习题 3.2	52

3.3 数据表格的图示	53
3.3.1 饼图	53
3.3.2 柱形图和折线图	56
习题 3.3	57
3.4 数据表格的应用举例	58
习题 3.4	60
3.5 数据表格的图示	61
3.5.1 在 Excel 中制作表格	61
3.5.2 在 Excel 中处理表格数据	63
3.5.3 在 Excel 中制作表格的图示	67
习题 3.5	72
归纳与小结	73
复习题 3	76
知识天地	78
第4章 编制计划的原理与方法	82
4.1 编制计划的有关概念	82
习题 4.1	84
4.2 关键路径法	84
习题 4.2	87
4.3 网络图和横道图	88
4.3.1 网络图	88
4.3.2 横道图	90
习题 4.3	92
4.4 计划的调整与优化	93
习题 4.4	95
归纳与小结	95
复习题 4	98
知识天地	101
第5章 线性规划初步	104
5.1 线性规划的有关概念	104
习题 5.1	107
5.2 二元线性规划问题的图解法	108
5.2.1 二元一次不等式(组)表示的平面区域	108
5.2.2 图解法	110
习题 5.2	112
5.3 解线性规划问题的表格法	113
5.3.1 线性规划问题的标准形式	113
5.3.2 表格法	115
习题 5.3	122
5.4 利用 Excel 软件解线性规划问题	123
习题 5.4	125
5.5 线性规划问题的应用举例	126
习题 5.5	133
归纳与小结	133
复习题 5	135
知识天地	137

第 1 章 命题逻辑与条件判断

1.1 命题逻辑

1.1.1 命题的概念

在日常生产、生活和科学研究中,经常要说一些表示判断的语句,如“今天是星期四”“含有未知数的等式叫作方程”等,这种句子叫作陈述句.

有些陈述句叙述的事情是真的,有些陈述句叙述的事情是假的,有些陈述句叙述的事情,可能在叙述的时候尚不能判断是真是假,但到一定的时候就能判断是真是假.

下列陈述句叙述的事情是真的:

- (1)中国是亚洲最大的国家;
- (2) $10 > 3$.

下列陈述句叙述的事情是假的:

- (1)地球是圆柱形的;
- (2) -10 是自然数.

下列陈述句叙述的事情,可能在叙述的时候尚不能判断是真是假,但到一定的时候能判断其是真是假

- (1)明天是阴天;
- (2)明天我会回家.

能判断真假的陈述句叫作命题. 一个命题叙述的事情如果是真的,则称其为真命题. 一个命题叙述的事情如果是假的,则称其为假命题.

例 1 下列语句是命题吗?

- (1)9 大于 3 吗?
- (2)请开门.
- (3) x 小于 y .

(4)本页这一行的这句话是真话.

解 (1)是一个疑问句,不是陈述句,它不是命题.

(2)是一个祈使句,不是陈述句,它不是命题.

(3)是一个不能确定其真假的陈述句,它可能为真,也可能为假,从而不是命题.

(4)它不是命题.

在判断一个语句是否是命题时,从语法上看就是看它是否是陈述句,但需注意,这类陈述句不包括那些自指谓的语句,如本句这样的结论是对自身而言的,这种自指谓的语句往往会产生自相矛盾的结论,即所谓的悖论.

命题通常用 p, q, r, \dots 小写字母表示,例如: $p: 14 > 3$,意思是 p 表示命题 14 大于 3. 通常用大写字母 T 表示真值为真,用 F 表示真值为假,有时也可分别用 1 和 0 表示.



练一练

下列语句哪些是命题? 如果是命题,在后面的括号中写出它的真假(真命题用 1,假命题用 0,不是命题用 \times).

(1)我们的教室太大啦. ()

(2)半径的大小决定圆的面积. ()

(3)不准随意遛狗. ()

(4) $60 < 2$. ()

(5) $x \in \{x\}$. ()

(6) $\{a, b, c\} \{b, c, d\} = \{b, c\}$. ()

(7) 0 是 $\{0, 1, 2, 6\}$ 的真子集. ()

(8) $\{0\}$ 是 $\{0, 1, 2, 9\}$ 的子集. ()

1.1.2 逻辑连接词

命题可分为简单命题和复合命题. 如下面的命题:

(1)中国是亚洲最大的国家而且 $40 > 3$.

(2)地球是方的或者 10 是自然数.

(3)西红柿不是水果.

(4)如果小王找到工作,那么小李也找到工作.

(5) 小张找到工作当且仅当小李也找到工作.

它们都是由简单命题通过加了诸如“而且”“或者”“不是”“如果……,那么……”“当且仅当”等这样的连词或否定词得到的,这些词叫作联结词.用一些联结词把一些简单命题连接起来组成的新命题叫作复合命题.

1. 合取联结词

先看用联结词“而且”“并且”连接简单命题的例子.

(1) $5 > 1$ 且 9 是整数.

命题由两个简单命题 $p: 5 > 1$,

$q: 9$ 是整数

用联结词“且”连接而成.由于命题 p 为真,命题 q 也为真,因此命题为真.

(2) $40 < 30$ 且 40 是整数.

命题由两个简单命题 $p: 40 < 30$,

$q: 40$ 是整数

用联结词“且”连接而成.由于命题 p 为假,因此命题为假.

(3) $40 > 30$ 且 40 是负数.

由于简单命题“40 是负数”为假,因此命题为假.

(4) $40 < 20$ 且 40 是负数.

由于两个简单命题都为假,因此命题为假.

“ p 且 q ”的真值表如表 1-1:

表 1-1

p	q	p 且 q
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

当 p 和 q 都为真时,复合命题“ p 且 q ”为真,只要 p, q 中有一个为假,“ p 且 q ”就为假.

联结词“且”可用符号“ \wedge ”表示,即复合命题“ p 且 q ”可用符号“ $p \wedge q$ ”表示,读作“ p 且 q ”.

例2 指出下列命题的真假,试说明理由.

- (1)正方形是矩形且正方形是菱形;
- (2) $-10 < 0$ 且 -10 是正数;
- (3) $2\pi > 3$ 且 2π 是有理数;
- (4)5是偶数且2是奇数.

解 (1)因为“正方形是矩形”为真,“正方形是菱形”为真,所以命题(1)为真.
 (2)因为“ -10 是正数”为假,所以命题(2)为假.
 (3)因为“ 2π 是有理数”为假,所以命题(3)为假.
 (4)因为“5是偶数”为假,所以命题(4)为假.

2. 析取联结词

先看用联结词“或者”连接简单命题的例子.

- (1) $3^2 = 9$ 或 $(-3)^2 = 9$.

命题由两个简单命题 $p: 3^2 = 9$,

$$q: (-3)^2 = 9$$

用联结词“或”连接而成. 由于命题 p, q 都为真,因此命题为真.

- (2)黄金比铁贵或黄金比铁贱.

命题由两个简单命题 p :黄金比铁贵,

$$q$$
:黄金比铁贱

用联结词“或”连接而成. 由于命题 p, q 有一个为真,因此命题为真.

- (3)太阳从南边出来或者水从低处向高处流.

命题由两个简单命题 p :太阳从南边出来,

$$q$$
:水从低处向高处流

用联结词“或”连接而成. 由于命题 p 和 q 都为假,因此命题为假.

“ p 或 q ”的真值表如下表1-2:

表 1-2

p	q	P 或 q
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

只要 p 和 q 中有一个为真时,复合命题“ p 或 q ”就为真,当 p 和 q 都为假时,复合命题“ p 或 q ”才为假.

联结词“或”可用符号“ \vee ”表示,即复合命题“ p 或 q ”可用符号“ $p \vee q$ ”表示,读作“ p 或 q ”.

例3 用符号表示下列复合命题:

- (1)期末考试先考英语或先考语文;
- (2)掷一枚硬币,出现正面向上或反面向上.

解 (1)设 p :期末考试先考英语,

q :期末考试先考语文,

则命题(1)可以用符号 $p \vee q$ 表示.

(2)设 r :掷一枚硬币出现正面向上,

s :掷一枚硬币出现反面向上,

则命题(2)可以用符号 $r \vee s$ 表示.

3. 否定联结词

先看从否定一个命题得到新命题的例子:

设 p :今天是星期四.

命题 p 的否定形式是“今天不是星期四”.

我们把这种新命题叫作“非 p ”,“非”也是联结词,其真值表如下表 1-3:

表 1-3

p	非 p
1	0
0	1

联结词“非”可用符号“ \neg ”表示,即命题 p 的否定形式可用“ $\neg p$ ”表示.“ $\neg p$ ”的否定形式是“ p ”.

例4 写出下列陈述句的否定形式:

(1) p : a 是负数;

(2) q : $x > 2$;

(3) r : a, b 都为零.

解 (1) $\neg p$: a 不是负数.

(2) $\neg q$: $x \leq 2$.

(3) $\neg r$: a, b 不都为零.

学习提示:

第(3)题的“ $\neg r$ ”包括三种情形:

① $a \neq 0, b = 0$; ② $a = 0, b \neq 0$; ③ $a \neq 0, b \neq 0$. 由于陈述句 r 可以写成 r : “ $a = 0$ 且 $b = 0$ ”, 它的否定形式为 $\neg r$: “ $a \neq 0$ 或 $b \neq 0$ ”.

1.1.3 命题符号化

可以用小写的英文字母 p, q, r, \dots 或是带有下标的大写英文字母 P_i 等表示简单命题, 将命题用合适的符号表示, 称为命题符号化.

命题符号化的基本步骤:

- (1) 找出各个简单命题, 并逐个符号化;
- (2) 找出各个联结词, 并用相应的符号表示;
- (3) 用联结词将各个简单命题连接起来.

例 5 将下列命题符号化:

- (1) 杭州不是中国的首都.
- (2) 张三虽然学习努力但成绩并不优秀.
- (3) 北京不仅是当代中国的首都而且也是一个故都.

解 (1) 令 p : 杭州是中国的首都.

则命题“杭州不是中国的首都”符号化为: $\neg p$.

(2) 令 p : 张三学习努力. q : 张三成绩优秀.

则命题“张三虽然学习努力但成绩并不优秀”符号化为: $p \wedge \neg q$.

(3) p : 北京是当代中国的首都. q : 北京是一个故都.

则命题“北京不仅是当代中国的首都而且也是一个故都”符号化为: $p \wedge q$.



练一练

将下列命题符号化:

- (1) 牛启飞和林妹妹是好朋友.
- (2) 王晓不仅聪明, 而且用功.
- (3) 张辉与王丽都是三好生.
- (4) 张辉或王丽是中学生.



习题 1.1

1. 用符号表示下列复合命题：
 - (1) 今天既有英语课又有科学课；
 - (2) 3 和 9 都是奇数.
2. 指出下列命题的真假, 试说明理由.
 - (1) $50 > 40$ 或 $50 = 40$;
 - (2) $50 > 50$ 或 $50 = 50$;
 - (3) $50 < 40$ 或 $50 = 40$;
 - (4) 实数 a 的绝对值等于 a 或 $-a$.
3. 写出下列命题的否定形式：
 - (1) p : 今天上物理课;
 - (2) q : 6 是偶数;
 - (3) r : 小张、小李、小王都是三好学生.
4. 将下列命题符号化：
 - (1) 2 或 4 是素数;
 - (2) 2 或 3 是素数;
 - (3) 王晓红生于 1975 年或 1976 年.
 - (4) 张辉和王丽都是中学生.

1.2 条件判断

1.2.1 如果……那么……

联结词“如果……,那么……”可以连接简单命题 p 和 q 而构成复合命题:“如果 p ,那么 q ”.例如,设

p :两个长方形全等,

q :两个长方形的面积相等,

可以用“如果……,那么……”连接成命题:

r :如果两个长方形全等,那么这两个长方形的面积相等.

我们把 p 叫作复合命题的条件, q 叫作复合命题的结论.

想一想:

逻辑联结词有几种?分别是什么?如何判断它们的真假?

从条件 p 为真出发,来推断结论 q 是否成立,它可能成立,也可能不成立.

如果由条件 p ,可以推断出结论 q 成立,则“如果 p ,那么 q ”为真,可以用 $p \Rightarrow q$ 表示.

复合命题“如果 p ,那么 q ”也可能为假,即由条件 p 推不出结论 q .因此,“如果 p ,那么 q ”与“ $p \Rightarrow q$ ”不能混为一谈.

例 1 设 p, q 分别表示下列命题,写出复合命题 r :“如果 p ,那么 q ”,并判断 r 的真假.

(1) $p: x-2=0, q: x^2-1=3$.

(2) $p: b$ 是整数, $q: b$ 是自然数.

解 (1) 复合命题 r : 如果 $x-2=0$,那么 $x^2-1=3$.

如果 p 为真,即 $x-2=0$,则 $x=2$,从而 $x^2-1=2^2-1=3$,即 q 为真,因此命题 r 为真.

(2) 复合命题 r : 如果 b 是整数,那么 b 是自然数.

由于 -3 是整数(即 p 为真),但是 -3 不是自然数(即 q 为假),说明由 p 为真推不出 q 为真,因此命题 r 为假.

从 p 为真出发,通过论证得出 q 为真,从而判断复合命题“如果 p ,那么 q ”为真,这种做法就是数学中经常使用的证明.若要说明一个命题是假命题,常可举一个反例说明,举反例是证明命题是假命题的一种常用方法.



练一练

在下列各组命题中,试判断“如果 p ,那么 q ”的真假.

(1) $p: a=b, q: a^2=b^2$.

(2) $p: \triangle ABC$ 的三个内角相等, $q: \triangle ABC$ 是直角三角形.

(3) $p: a=1, q: a^2=10$.

(4) $p: x^2-5x+6=0, q: x=2$.

1.2.2 充分条件、必要条件、充分必要条件

设 p 和 q 是两个命题,“如果 p ,那么 q ”为真,我们用 $p \Rightarrow q$ 表示,并称 p 是 q 的充分条件,同时称 q 是 p 的必要条件.如“两个三角形全等”是“两个三角形的面积相等”的充分条件,“两个三角形的面积相等”是“两个三角形全等”的必要条件.

又如,因为复合命题“如果 $x-1=0$,那么 $x^2-1=0$ ”为真,所以,“ $x-1=0$ ”是“ $x^2-1=0$ ”的充分条件,“ $x^2-1=0$ ”是“ $x-1=0$ ”的必要条件.

例 2 判断下列复合命题 r 是否为真,如果为真,试分别用充分条件、必要条件的语言叙述它.

$$r: \text{如果 } a=b=1, \text{那么 } a^2+b^2=2.$$

解 如果 $a=b=1$,那么 $a^2+b^2=1^2+1^2=2$,即复合命题 r 为真,从而:

$a=b=1$ 是 $a^2+b^2=2$ 的充分条件,

$a^2+b^2=2$ 是 $a=b=1$ 的必要条件.

设 p 和 q 是两个命题,如果 $p \Rightarrow q$,并且 $q \Rightarrow p$,那么称 p 是 q 的充要条件,记作“ $p \Leftrightarrow q$ ”,也称 p 是 q 的充分必要条件,或称 p 与 q 等价,或 p 当且仅当 q .



练一练

用“充分条件”“必要条件”填空:

- (1) $a > 1$ 且 $b > 1$ 是 $ab > 1$ 的_____.
- (2) $a > 2$ 或 $b > 2$ 是 $ab > 4$ 的_____.
- (3) $a = 2$ 是 $|a| = 2$ 的_____.
- (4) $|a| = 2$ 是 $a = -2$ 的_____.
- (5) $a = 2$ 或 $a = -2$ 是 $|a| = 2$ 的_____.

1.2.3 四种命题

设有两个简单命题 p, q , 由逻辑联结词“如果……, 那么……”和“非”可构成下列四种复合命题:

- (1) 如果 p , 那么 q ;
- (2) 如果 q , 那么 p ;
- (3) 如果非 p , 那么非 q ;
- (4) 如果非 q , 那么非 p .

一般地, (2)叫作(1)的逆命题, (3)叫作(1)的否命题, (4)叫作(1)的逆否命题, 命题(1)叫作(2)(3)(4)的原命题.

例 3 已知命题: 如果 $x - 2 = 0$, 那么 $x^2 - 1 = 3$, 写出它的逆命题、否命题、逆否命题, 并说明它们的真假.

学习提示:

当直接证明一个命题“如果 p , 那么 q ”不容易时, 可以通过证明它的逆否命题“如果非 q , 那么非 p ”为真, 从而原命题为真, 这种做法就是数学中经常使用的反证法.

解 原命题为真.

逆命题: 如果 $x^2 - 1 = 3$, 那么 $x - 2 = 0$, 此命题为假.

否命题: 如果 $x - 2 \neq 0$, 那么 $x^2 - 1 \neq 3$, 此命题为假.

逆否命题: 如果 $x^2 - 1 \neq 3$, 那么 $x - 2 \neq 0$, 此命题为真.

例 4 分别写出命题“若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 x, y 全为 0”的逆命题、否命题和逆否命题.

解 逆命题: 若 x, y 全为 0, 则 $x^2 + y^2 = 0$;

否命题: 若 $x^2 + y^2 \neq 0$, 则 x, y 不全为 0;

逆否命题:若 x, y 不全为 0, 则 $x^2 + y^2 \neq 0$.

学习提示:

“ x, y 全为 0”的否定不要写成“ x, y 全不为 0”, 应当是“ x, y 不全为 0”, 这要特别注意.



练一练

填空题:

- (1)“如果 $ab > 0$, 那么 $a > 0$ 且 $b > 0$ ”是假命题, 举反例如下: _____.
- (2)“如果 $a < b$, 那么 $ac^2 < bc^2$ ”是假命题, 举反例如下: _____.
- (3)“如果 $a > b, c > d$, 那么 $a - c > b - d$ ”是假命题, 举反例如下: _____.



习题 1.2

1. 选择题:

(1)有下列四个命题:

①“若 $x + y = 0$, 则 x, y 互为相反数”的逆命题; ②“全等三角形的面积相等”的否命题; ③“若 $q \leq 1$, 则 $x^2 + 2x + q = 0$ 有实根”的逆否命题; ④“不等边三角形的三个内角相等”的逆命题. 其中是真命题的为 ()

- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ③④

(2)命题“若 $a > b$, 则 $a + c > b + c$ ”的逆否命题为 ()

- A. 若 $a < b$, 则 $a + c < b + c$ B. 若 $a \leq b$, 则 $a + c \leq b + c$
C. 若 $a = c < b + c$, 则 $a < b$ D. 若 $a + c \leq b + c$, 则 $a \leq b$

(3)“ $m < \frac{1}{4}$ ”是“一元二次方程 $x^2 + x + m = 0$ 有实数解”的 ()

- A. 充分非必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

(4)“ $x^2 - x - 6 < 0$ ”是“ $|x| < 2$ ”成立的 ()

- A. 充分非必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

2. 填空题:

(1)设 p, q 是两个命题, 若 p 是 q 的充分不必要条件, 那么非 p 是非 q 的

_____条件.

(2)若“ $x \in [2, 5]$ 或 $x \in \{x \mid x < 1 \text{ 或 } x > 4\}$ ”是假命题,则 x 的取值范围是_____.

3. 已知 $p: \left|1 - \frac{x-1}{3}\right| \leq 2, q: x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0 (m > 0)$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

4. 求证: 关于 x 的一元二次不等式 $ax^2 - ax + 1 > 0$ 对于一切实数 x 都成立的充要条件是 $0 < a < 4$.

归纳与小结

1. 命题逻辑

(1)能判断真假的陈述句叫作命题. 一个命题叙述的事情如果是真的,则称其为真命题. 一个命题叙述的事情如果是假的,则称其为假命题.

(2)简单命题通过加了诸如“而且”“或者”“不是”“如果……,那么……”“当且仅当”等这样的连词或否定词得到的,这些词叫作联结词. 用一些联结词把一些简单命题连接起来组成的新命题叫作复合命题.

(3)联结词“且”可用符号“ \wedge ”表示,即复合命题“ p 且 q ”可用符号“ $p \wedge q$ ”表示,读作“ p 且 q ”. 联结词“或”可用符号“ \vee ”表示,即复合命题“ p 或 q ”可用符号“ $p \vee q$ ”表示,读作“ p 或 q ”. 联结词“非”可用符号“ \neg ”表示,即命题 p 的否定形式可用“ $\neg p$ ”表示.“ $\neg p$ ”的否定形式是“ p ”.

(4)可以用小写的英文字母 p, q, r, \dots 或是带有下标的大写英文字母 P_i 等表示简单命题,将命题用合适的符号表示,称为命题符号化.

命题符号化的基本步骤:

- ▶ 找出各个简单命题,并逐个符号化;
- ▶ 找出各个联结词,并用相应的符号表示;
- ▶ 用联结词将各个简单命题连接起来.

2. 条件判断

(1)从 p 为真出发,通过论证得出 q 为真,从而判断复合命题“如果 p ,那么 q ”为真,这种做法就是数学中经常使用的证明. 若要说明一个命题是假命题,常可举一个反例说明,举反例是证明命题是假命题的一种常用方法.

(2)设 p 和 q 是两个命题,“如果 p ,那么 q ”为真,我们用 $p \Rightarrow q$ 表示,并称 p 是 q 的充分条件,同时称 q 是 p 的必要条件.

(3)设 p 和 q 是两个命题,如果 $p \Rightarrow q$,并且 $q \Rightarrow p$,那么称 p 是 q 的充要条件,记作“ $p \Leftrightarrow q$ ”,也称 p 是 q 的充分必要条件,或称 p 与 q 等价,或 p 当且仅当 q .

复习题 1

A 组

1. 选择题:

- (1)已知条件 $p: |x+1| > 2$, 条件 $q: x > a$, 且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件, 则 a 的取值范围可以是 ()

- A. $a \geq 1$ B. $a \leq 1$ C. $a \geq -1$ D. $a \leq -3$

(2) “ $m = \frac{1}{2}$ ”是“直线 $(m+2)x + 3my + 1 = 0$ 与直线 $(m-2)x + (m+2)y - 3 = 0$ 相互垂直”的 ()

- A. 充分必要条件 B. 充分而不必要条件
C. 必要而不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

(3) 已知 a, b 都是实数, 那么“ $a^2 > b^2$ ”是“ $a > b$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 不充分也不必要条件

(4) 设命题甲: $ax^2 + 2ax + 1 > 0$ 的解集是实数集 R ; 命题乙: $0 < a < 1$, 则命题甲是命题乙的 ()

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件

(5) 命题: “若 $x^2 < 1$, 则 $-1 < x < 1$ ”的逆否命题是 ()

- A. 若 $x^2 \geq 1$, 则 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$ B. 若 $-1 < x < 1$, 则 $x^2 < 1$
C. 若 $x > 1$ 或 $x < -1$, 则 $x^2 > 1$ D. 若 $x \geq 1$ 或 $x \leq -1$, 则 $x^2 \geq 1$

(6) 设集合 $M = \{x | 0 < x \leq 3\}$, $N = \{x | 0 < x \leq 2\}$, 那么“ $a \in M$ ”是“ $a \in N$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 不充分也不必要条件

(7) “ a 和 b 都不是偶数”的否定形式是 ()

- A. a 和 b 至少有一个是偶数 B. a 和 b 至多有一个是偶数
C. a 是偶数, b 不是偶数 D. a 和 b 都是偶数

2. 填空题:

(1) 已知 p 是 r 的充分条件而不是必要条件, q 是 r 的充分条件, s 是 r 的必要条件, q 是 s 的必要条件. 现有下列命题:

- ① s 是 q 的充要条件;
② p 是 q 的充分条件而不是必要条件;
③ r 是 q 的必要条件而不是充分条件;
④ $\neg p$ 是 $\neg s$ 的必要条件而不是充分条件;
⑤ r 是 s 的充分条件而不是必要条件.

则正确命题序号是_____.

(2) 下列命题中_____为真命题.

- ① “ $A \cap B = A$ ”成立的必要条件是“ $A \subseteq B$ ”;
② “若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 x, y 全为 0”的否命题;
③ “全等三角形是相似三角形”的逆命题;
④ “圆内接四边形对角互补”的逆否命题.

(3) 已知 $p: x \in \left\{ x \mid \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-10 \leq 0 \end{cases} \right\}$, $q: x \in \{x \mid 1-m \leq x \leq 1+m, m > 0\}$, 若 q 是 p 的必要非充分条件, 则实数 m 的取值范围是_____.

3. 下列句子中, 哪些是命题? 哪些不是命题? 如果是命题, 指出它是真命题还是假命题.

(1) 2008 年夏季奥运会在北京举行. _____

(2) 明天的大会是否按时举行? _____

(3) 0.01 不是有理数. _____

(4) 把门关上! _____

(5) 如果三角形的三边长分别为 3, 4, 5, 那么这个三角形一定是直角三角形. _____

(6) 如果一个三角形是直角三角形, 那么其三边长一定分别为 3, 4, 5. _____

4. 某单位招工的基本条件是“笔试合格, 从事相关工作 2 年以上”, 符合基本条件的人就可以参加面试. 如果用 p 表示“笔试合格”, 用 q 表示“从事相关工作 2 年以上”, 那么参加面试的条件用复合命题如何表示?

B 组

1. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 非空集合 $A = \left\{ x \mid \frac{x^2}{x-3a+1} < 0 \right\}$, $B = \left\{ x \mid \frac{x-a^2-2}{x-a} < 0 \right\}$.

(1) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 求 $(\complement_U B) \cap A$;

(2) 命题 $p: x \in A$, 命题 $q: x \in B$, 若 q 是 p 的必要条件, 求实数 a 的取值范围.

2. 设 p :3 整除 12, q :3 整除 18, 用语言表示下列命题:

- (1) $\neg p$;
- (2) $p \wedge q$;
- (3) $p \vee q$;
- (4) $p \wedge \neg q$;
- (5) $\neg p \vee \neg q$.

3. 指出下列各题中, p 是 q 的什么条件. 给出证明或举出反例.

- (1) $p: x^2 - 2x - 3 = 0, q: x = 3$.
- (2) $p: x = -1, q: |x - 1| = 2$.

4. 是否存在实数 m , 使得 $2x + m < 0$ 是 $(x - 3)(x + 1)$ 的充分条件?